**ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 7**

**Тема:** Графічний метод вирішення задач оптимізації.

**Мета:** Закріпити навички використання графічного методу при вирішенні оптимізаційних задач.

**ТЕОРЕТИЧНА ЧАСТИНА**

Під **оптимізацією прийняття рішення** розуміють процес вибору із кількох можливих варіантів того рішення, яке відповідає висунутим вимогам (критеріям). Оптимізаційні задачі частіше всього розв’язуються математичними методами. Їх можна застосовувати тільки до математичних моделей того чи іншого явища. Тому особливо важливу роль має переведення звичайної умови задачі в її математичну модель.

**Математична модель.** Умову задачі можливо записати за допомогою математичних рівнянь чи нерівностей. Це і є математична модель даної задачі. Використовуються такі методи отримання математичних моделей:

1) теоретико-аналітичний;

2) експериментально-статистичний;

3) статистичного моделювання (Монте-Карло).

**Цільова функція.** Основою математичної моделі є деяка функція, що здійснює переклад запитання задачі із звичайної мови на мову функцій. Цей вираз є критерієм якості, що дозволяє кількісно порівняти два альтернативних рішення. Ця функція зветься **цільовою** (ЦФ). Значення цього виразу інженер намагається зробити максимальним або мінімальним. Отриманий при цьому результат і дає **розв’язок задачі оптимізації.**

Із математичної точки зору цільова функція описує деяку (n+1)-мірну поверхню. Її характеристики визначаються проектними параметрами.

***M***=***m***(***х***1, ***х***2, ..., ***хn***).

В інженерній практиці прикладами цільової функції часто є вартість, міцність, габаритні розміри, ККД.

**Проектні параметри.** Це незалежні змінні параметри, які повністю і однозначно визначають задачу проектування, що вирішується. Проектні параметри - це невідомі веичини, значення яких обчислюються в процесі оптимізації. Проектними параметрами можуть бути будьякі основні або похідні величини, що служать для кількістного опису системи. Це можуть бути невідомі значення довжини, маси, часу, температури. Кількість проектних параметрів характеризує суінь складності задачі проектування. Кількість проектрих параметрів позначають “n”, а самі проектні параметри - “x” з відповідними індексами. Таким чином n проектних параметрів будемо позначати таким чином: х1, х2, ... ,хn.

**Простір проектування.** Простір проектування - область, що визначена всіма n проектними параметрами (обмеженнями). Розрізняють обеження-рівняння і обмеження-нерівності.

**Обмеження-рівняння.** Це залежність між проектними параметами, котрі повинні враховуватись при відшуканні рішення. Вони відображають закони природи, економіки, наявність необхідних матеріалів і т. п.. Кількість обмежень-рівнянь може бути любою.

C1(x1, x2, ..., xn)=0;

C2(x1, x2, ..., xn)=0;

..............................

Cn(x1, x2, ..., xn)=0.

Якщо яке-небудь із цих співвідношень можливо вирішити відносно одного із проектних параметрів, то можливо виключити цей параметр із процесу оптимізації, тим самим зменшуючи число вимірності простору проектування і спрощуєтючи рішення задачі.

**Обмеження-нерівності.**

Це обмеження, виражені нерівностями. В загальному випадку їх може бути скільки завгодно.

Z1(r1,x1, x2, ..., xn)≤b1;

Z2(r2,x1, x2, ..., xn)≤b2;

. . . . . . . . . . . . . . . . .

Zk(rk,x1, x2, ..., xn)≤bk.

Часто, в зв’язку з обмеженнями, оптимальне значення цільової функції буває на одній з границь області проектування, а не там, де її поверхня має нульовий градієнт.

**Складність рішення** оптимізаційної задачі залежить від:

1) вигляду функції мети;

2) кількості проектних параметрів;

3) вигляду та кількості обмежень.

**Задачі лінійного програмування** самі прості. Для них функція мети лінійна, обмеження мають вигляд лінійних рівностей або нерівностей.

Ідея **графічного метода** вирішення оптимізаційних задач, що мають два проектних параметра була запропонована академіком Л. В. Канторовичем в 1939 році.

Цільва функція та обеження задачі визначаються у вигляді графіків, осі координат яких задаються проектними параметрами. Простір проектування визначається графіками обмежень. Переміщаючи графік функції мети паралельно в сторону збільшення або зменшення її значення (відповідно при завданні максимізації або мінімізації ЦФ) знаходимо найбільшу (найменшу) спільну точку функції мети і проектного простору. Координати цієї точки і визначають оптимальні значення проектних параметрів.

**ПРИКЛАД**

***Умова:*** З метою розробки каркаса вимірювальної системи використовувалось два типа матеріалів: М1 і М2. Вартість одного кг матеріалу М1=2 грн., а матеріалу М2=5 грн.. Загальна маса системи складає не менше 50 кг. Маса деталей, виготовлених із матеріалу М1 не повинна перевищувати 40 кг, маса деталей М2≤30 кг. Частина деталей системи може бути виготовлена із цих же матеріалів.

*Необхідно визначити* маси деталей, які необхідно виготовити із матеріалів М1 і М2 при умові мінімальних економічних затрат на матеріали.

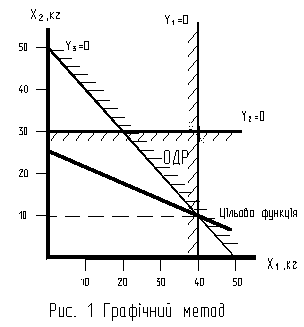
***Рішення:*** Формально ця задача записується у вигляді:

Цільова функція - K=2х1+5х2 ,

Обмеження - 

Запишимо обмеження у вигляді рівнянь, для чого введемо додаткові невідомі y1 i y2, що звуться базисними.





Елементи рішення задачі позитивні, тому рішення шукаємо в першому квадранті. Кожне із обмежуючих рівнянь являє собою рівняння прямої (рис. 1). Побудуємо ці прямі при нульових значеннях базисних змінних. У кожної прямої відмітимо штриховкою ту сторону, яка відсікає область з позитивними значеннями yi. В результаті отримаємо багатокутник, що зветься проектним простором або областю допустимих рішень (ОДР). Оскільки стоїть задача мінімізації, відшукуємо мінімальну спільну точку ОДР і функції мети. Вона має координати: Хопт(40, 10).

***Відповідь:*** Маса виготовлених деталей із матеріала М1=40 кг; маса виготовлених деталей із матеріала М2=10 кг.

***Звіт*** *про виконання лабораторної роботи* повинен містити:

1. Тему та мету роботи.

2. Теоретичні відомості.

3. Приклад вирішення задач графічним методом.

4. Рішення графічним методом оптимізаційної задачі.

5. Висновки.

**ЗАВДАННЯ ДО ЛАБОРАТОРНОЇ РОБОТИ**

***Умова:*** Завод по випуску комплектуючих виробляє два типа транзисторів для зборки радіорелейних станцій: типу А і типу Б. Норми використання матеріалів при виробництві транзисторів, максимальний об’єм використаних матеріалів та прибуток від реалізації 10 000 транзисторів подані в таблиці. Необхідно скласти план виробництва транзисторів типу А і Б з метою максимізації сумарного прибутку.

Значення коефіцієнів визначити із таблиці 1 відповідно свого варіанта.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| матеріали | норми витрати, г | | об’єм запасів, |
|  | А | Б | г |
| мідь | a | 0.2 | 600 |
| кадмій | 0.2 | b | 870 |
| золото | 0.3 | 0.2 | d |
| Прибуток від реалізації, грн/10 000 | c | 290 |

Таблиця 1.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| ВАРІАНТ | a | b | c | d |
| 1 | 0.1 | 0.6 | 220 | 920 |
| 2 | 0.3 | 0.4 | 560 | 836 |
| 3 | 0.6 | 0.3 | 380 | 679 |
| 4 | 0.7 | 0.8 | 330 | 836 |
| 5 | 0.45 | 0.5 | 580 | 918 |
| 6 | 0.34 | 0.6 | 236 | 648 |
| 7 | 0.28 | 0.8 | 598 | 754 |
| 8 | 0.8 | 0.82 | 459 | 765 |
| 9 | 0.23 | 0.56 | 572 | 725 |
| 10 | 0.5 | 0.46 | 848 | 862 |
| 11 | 0.4 | 0.45 | 257 | 689 |
| 12 | 0.8 | 0.48 | 546 | 926 |
| 13 | 0.25 | 0.65 | 645 | 865 |
| 14 | 0.52 | 0.84 | 564 | 564 |
| 15 | 0.35 | 0.25 | 356 | 265 |
| 16 | 0.25 | 0.18 | 546 | 879 |
| 17 | 0.18 | 0.32 | 625 | 825 |
| 18 | 0.65 | 0.25 | 526 | 465 |
| 19 | 0.56 | 0.13 | 852 | 856 |
| 20 | 0.1 | 0.5 | 384 | 865 |